



प्रश्न बैंक

2021–22

विषय: गणित

कक्षा : 12वीं

समग्र शिक्षा अभियान (सेकेण्डरी एजुकेशन) लोक शिक्षण संचालनालय, म.प्र.

लोक शिक्षण संचालनालय, म.प्र. भोपाल

माध्यमिक शिक्षा मण्डल मध्यप्रदेश भोपाल
हाई स्कूल परीक्षा सत्र 2021-22
BLUE PRINT OF QUESTION PAPER

कक्षा – 12वीं
विषय–गणित

पूर्णांक –80
समय – 3.00 घन्टे

क्रं.	इकाई एवं विषय वस्तु	इकाई पर आवंटित अंक	वस्तुनिष्ठ प्रश्न	अंकवार प्रश्नों की संख्या			कुल प्रश्न
				1 अंक 8	2 अंक	3 अंक	
1	अध्याय-1 संबंध एवं फलन	5	3	1	—	—	1
2	अध्याय-2 प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन	5	2	—	1	—	1
3	अध्याय-3 आव्यूह	6	1	1	1	—	2
4	अध्याय-4 सारणिक	6	2	—	—	1	1
5	अध्याय-5 सांतत्य तथा अवकलनीयता	8	2	1	—	1	2
6	अध्याय-6 अवकलज के अनुप्रयोग	6	1	1	1	—	2
7	अध्याय-7 समाकलन	12	8	2	—	—	2
8	अध्याय-8 समाकलन के अनुप्रयोग	5	1	—	—	1	1
9	अध्याय-9 अवकल समीकरण	5	1	—	—	1	1
10	अध्याय-10 सदिश बीज गणित	5	3	1	—	—	1
11	अध्याय-11 त्रि-विमीय ज्यामिति	7	3	2	—	—	2
12	अध्याय-12 रैखिक प्रोग्रामन	5	2	—	1	—	1
13	अध्याय-13 प्रायिकता	5	3	1	—	—	1
	कुल योग	80	32	20	12	16	18+5=23

प्रश्न पत्र निर्माण हेतु विशेष निर्देश –

1. प्रश्न क्रमांक 1 से 5 तक 32 वस्तुनिष्ठ प्रश्न होंगे। सही विकल्प 06 अंक रिक्त स्थान 07 अंक सही जोड़ी 06 अंक, एक वाक्य में उत्तर 07 अंक सत्य असत्य 06 अंक संबंधी प्रश्न होंगे। प्रत्येक प्रश्न पर 01 अंक निर्धारित है। वस्तुनिष्ठ प्रश्नों को छोड़कर सभी प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान होगा। यह विकल्प समान ईकाई/उप ईकाई से तथा समान कठिनाई स्तर वाले होंगे। इन प्रश्नों की उत्तर सीमा निम्नानुसार होगी –
अतिलघुउत्तरीय प्रश्न 02 अंक लगभग 30 शब्द
लघुउत्तरीय प्रश्न 03 अंक लगभग 75 शब्द
विश्लेषणात्मक 04 अंक लगभग 120 शब्द
2. 40 प्रतिशत वस्तुनिष्ठ प्रश्न 40 प्रतिशत पाठ्यवस्तु पर आधारित प्रश्न 20 प्रतिशत विश्लेषणात्मक प्रश्न होंगे।
3. सत्र 2021-22 हेतु कम किये गये पाठ्यक्रम से प्रश्न पत्र में प्रश्न न दिये जायें।
4. पाठ्यवस्तु पर आधारित प्रायोजना कार्य हेतु 20 अंक आवंटित है।

कक्षा-12वीं
विषय-गणित
कम किए गए पाठ्यक्रम की विषयवस्तु

क्रं.	इकाई/खण्ड	कम किये गये अध्याय /विषय वस्तु का नाम
1	अध्याय-1	1.5-द्विअधारी संक्रियाएँ
2	अध्याय-3	3.8.1-प्रारंभिक संक्रियाओं द्वारा एक आव्यूह का व्युत्क्रम
3	अध्याय-4	4.7-साणिकों और आव्यूहों के अनुप्रयोग
4	अध्याय-5	5.8- मध्यमान प्रमेय
5	अध्याय-6	6.3- वर्धमान और ह्रासमान फलन, 6.5-सन्निकटन
6	अध्याय-7	7.7.1- योगफल की सीमा के रूप में निश्चित समाकलन
7	अध्याय-8	8.3- दो वक्रों के मध्यवर्ती क्षेत्र का क्षेत्रफल
8	अध्याय-9	9.4- दिए हुए व्यापक हल वाले अवकल समीकरण का निर्माण
9	अध्याय-12	12.3- रैखिक प्रोग्रामन समस्याओं के भिन्न प्रकार
10	अध्याय-13	13.5- ब्रेज प्रमेय, 13.6- यादृच्छिक चर और इसके प्रायिकता बंटन, 13.7- बरनौली परीक्षण और द्विपद बंटने

अध्याय-1
संबंध एवं फलन

वार्षिक परीक्षा में अधिभार:

अंकवार प्रश्नों की संख्या				कुल अधिभार
1 अंक	2 अंक	3 अंक	4 अंक	
3	1	—	—	$1 + 1 + 1 + 2 = 5$

प्र.1. सही विकल्प चुनिए—

- i. यदि समुच्चय $\{1, 2, 3\}$ में $R = (1, 1), (2, 2), (3, 3) (1, 2) (2, 3)$ द्वारा प्रदत्त संबंध है:
 - (a) केवल सममित
 - (b) केवल स्वतुल्य
 - (c) केवल संक्रामक
 - (d) एक तुल्यता संबंध
- ii. यदि फलन $f: R \rightarrow R$ जो $f(x) = 3x$ द्वारा परिभाषित है तो:
 - (a) f एकैकी आच्छादक है।
 - (b) f एकैकी है किन्तु आच्छादक नहीं है।
 - (c) f आच्छादक है किन्तु एकैकी नहीं
 - (d) एकैकी, आच्छादक दोनों नहीं है।
- iii. यदि फलन $f: N \rightarrow N$ जो $f(x) = 2x$ द्वारा परिभाषित है तो:
 - (a) f एकैकी आच्छादक है।
 - (b) f एकैकी है किन्तु आच्छादक नहीं है।
 - (c) f आच्छादक है किन्तु एकैकी नहीं
 - (d) एकैकी, आच्छादक दोनों नहीं है।
- iv. यदि समुच्चय $\{1, 2, 3, 4\}$ में $R = \{(1, 2), (2, 2), (1, 1), (4, 4), (1, 3), (3, 3)\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध है तो:
 - (a) R स्वतुल्य तथा सममित है किन्तु संक्रामक नहीं है।
 - (b) R स्वतुल्य तथा संक्रामक है किन्तु सममित नहीं है।
 - (c) R सममित तथा संक्रामक है किन्तु स्वतुल्य नहीं है।
 - (d) R एक तुल्यता संबंध है।
- v. यदि समुच्चय $\{1, 2, 3, 4\}$ में $R = \{(1, 2), (2, 2), (1, 1), (4, 4), (1, 3), (3, 3), (2, 1), (3, 1)\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध है तो:
 - (a) R स्वतुल्य तथा सममित है किन्तु संक्रामक नहीं है।
 - (b) R स्वतुल्य तथा संक्रामक है किन्तु सममित नहीं है।
 - (c) R सममित तथा संक्रामक है किन्तु स्वतुल्य नहीं है।
 - (d) R एक तुल्यता संबंध है।
- vi. यदि $A = \{1, 2, 3, 4\}$ हो, निम्न में से कौन सा तुल्यता संबंध नहीं है:
 - (a) $\{(1, 2), (2, 2), (3, 3)\}$
 - (b) $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 1)\}$
 - (c) $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (2, 3), (3, 2)\}$
 - (d) इनमें से कोई नहीं
- vii. माना समुच्चय N में $R = \{(a, b): a = b - 2, b > 6\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध है तब निम्न में से सही उत्तर चुनिए:
 - (a) $(2, 4) \in R$
 - (b) $(3, 8) \in R$
 - (c) $(6, 8) \in R$
 - (d) $(8, 7) \in R$
- viii. यदि फलन f किसी समुच्चय A से A पर परिभाषित है तब f व्युत्क्रमणीय फलन होगा जब फलन अनिवार्यतः हो:
 - (a) एकैकी
 - (b) आच्छादक
 - (c) एकैकी एवं आच्छादक
 - (d) इनमें से कोई नहीं
- ix. माना R रेखाओं के समुच्चय L पर संबंध $l_1 R l_2 = l_1$ रेखा l_2 पर लंबवत है, द्वारा परिभाषित है तो R किस प्रकार का संबंध है:
 - (a) स्वतुल्य एवं सममित
 - (b) सममित एवं संक्रामक
 - (c) तुल्यता संबंध
 - (d) सममित संबंध
- x. दिए गए समुच्चय $A = \{a, b, c\}$ के लिए एक तत्समक संबंध होगा:
 - (a) $R = \{(a, b), (a, c)\}$
 - (b) $R = \{(a, a), (b, b), (c, c)\}$
 - (c) $R = \{(a, a), (b, b), (c, c), (a, c)\}$
 - (d) $R = \{(c, a), (b, a), (a, a)\}$
- xi. माना $f: R \rightarrow R, f(x) = x^4$ द्वारा परिभाषित है तो:
 - (a) f एकैकी आच्छादक है।
 - (b) f बहुएक आच्छादक नहीं है।
 - (c) f एकैकी पर आच्छादक नहीं
 - (d) f न एकैकी है और न आच्छादक।
- xii. माना $f: R \rightarrow R$, इस प्रकार परिभाषित है कि $f(x) = 3x - 4$ तब $f^{-1}(x) =$
 - (a) $\frac{x+4}{3}$
 - (b) $\frac{x}{3} - 4$
 - (c) $3x + 4$
 - (d) इनमें से कोई नहीं।

- xiii. माना $f(x) = x^2$ और $g(x) = \sqrt{x}$ तब
 (a) $(gof)(x) = 1 \times 1; x \in R$ (b) $fog = gof; x \in R$
 (c) $(fog)(x) = x; x \in R$ (d) इनमें से कोई नहीं।
- xiv. माना $F: N \rightarrow N$ इस प्रकार परिभाषित है कि $F(x) = 3x$ जहाँ $x \in N$ तब f होगा:
 (a) आच्छादक (b) प्रतिलोम (c) एकैकी (d) इनमें से कोई नहीं
- xv. यदि $F: R \rightarrow R$ जहाँ $F(x) = 5x - 7$ $x \in R$ तब $f(7)$ का मान होगा:
 (a) 0 (b) 28 (c) 14 (d) 35
- xvi. माना समुच्चय $A = \{1, 2, 3, 8, 10, 11\}$ और R समुच्चय A पर परिभाषित संबंध इस प्रकार है कि $R = \{(a, b): a - b = 4\}$ तब संबंध R होगा।
 (a) रिक्त संबंध (b) स्वतुल्य संबंध (c) सममित संबंध (d) तुल्यता संबंध
- xvii. माना R एक सम्बंध पर Z इस प्रकार परिभाषित है कि $aRb \Rightarrow a \geq b$ तब R होगा
 (a) सममित, संक्रामक किन्तु स्वतुल्य नहीं। (b) स्वतुल्य, सममित किन्तु संक्रामक नहीं।
 (c) स्वतुल्य और संक्रामक किन्तु सममित नहीं। (d) एक तुल्यता संबंध
- xviii. माना $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 4, 6, 9\}$ और संबंध A से B पर इस प्रकार परिभाषित है x कि बड़ा है y से तब R का परिसर क्या होगा ?
 (a) $\{1, 4, 6, 9\}$ (b) $\{4, 6, 9\}$ (c) $\{1\}$ (d) इनमें से कोई नहीं
- xix. यदि समुच्चय $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ पर संबंध R इस प्रकार परिभाषित है कि $xRy \Rightarrow y = 3x$ तब R बराबर है।
 (a) $\{(3, 1)(6, 2)(8, 2)(9, 3)\}$ (b) $\{(3, 1)(6, 2)(9, 3)\}$
 (c) $\{(1, 3)(2, 6)(3, 9)\}$ (d) इनमें से कोई नहीं
- xx. यदि $A = \{1, 2, 3\}$ हो तो अवयव $(1, 2)$ वाले तुल्यता संबंधों की संख्या है—
 (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4
- xxi. यदि $f: R \rightarrow R$, $f(x) = (3 - x^3)^{1/3}$ द्वारा प्रदत्त है तो $(f \circ f)(x)$ का मान क्या होगा ?
 (a) $x^{1/3}$ (b) x^3 (c) x (d) $3 - x^3$
- xxii. यदि $f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{a, b, c\}$ इस प्रकार हो, कि $f(1) = a$, $f(2) = b$, $f(3) = c$ तब $(f^{-1})^{-1}$ है:
 (a) $\{(1, a)(2, b)(3, c)\}$ (b) $\{(a, 1)(b, 2)(c, 3)\}$
 (c) $\{(1, 1)(2, 2)(3, 3)\}$ (d) $\{(a, a)(b, b)(c, c)\}$
- xxiii. यदि $f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{a, b, c\}$ इस प्रकार हो, कि $f(1) = a$, $f(2) = b$, $f(3) = c$ तब f^{-1} है:
 (a) $\{(1, a)(2, b)(3, c)\}$ (b) $\{(a, 1)(b, 2)(c, 3)\}$
 (c) $\{(1, 1)(2, 2)(3, 3)\}$ (d) $\{(a, a)(b, b)(c, c)\}$
- xxiv. यदि $f: R \rightarrow R$, $f(x) = x^2 + 1$ जहाँ $x \in R$ द्वारा परिभाषित है तो $f^{-1}(5)$ का मान है:
 (a) 26 (b) 4 (c) 2 (d) अस्तित्व नहीं है।

प्र.2. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए:

- समुच्चय A पर परिभाषित कोई संबंध R स्वतुल्य, सममित तथा संक्रामक है तो R एक—————कहलाता है।
- यदि फलन $f: x \rightarrow y$ एक व्युत्क्रमणीय फलन है तो फलन अनिवार्यतः एकैकी तथा—————होता है।
- यदि फलन f एक व्युत्क्रमणीय फलन है तो $(f^{-1})^{-1} =$ —————
- यदि $f: X \rightarrow Y$ तथा $g: Y \rightarrow Z$ दो व्युत्क्रमणीय फलन है gof भी एक—————फलन होगा।
- यदि $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$ तथा $\{(1, 4)(2, 5)(3, 6)\}$ A से B पर एक फलन है तो f एक—————फलन है।

प्र.3. सत्य/असत्य लिखें

- यदि $A = \{1, 2, 3\}$ हो तो ऐसे संबंध जिनमें अवयव $(1, 2)$ तथा $(1, 3)$ हो और जो स्वतुल्य तथा सममित है किंतु संक्रामक नहीं है, की संख्या 1 है ?
- यदि R_1 तथा R_2 समुच्चय A में तुल्यता संबंध है तो $R_1 \cap R_2$ भी एक तुल्यता संबंध होगा ?
- यदि $f: X \rightarrow Y$ एक फलन है x में $R = \{(a, b): f(a) = f(b)\}$ द्वारा प्रदत्त एक संबंध है तो R एक तुल्यता संबंध नहीं है।
- $f: X \rightarrow Y$ एक आच्छादक फलन है, यदि और केवल यदि f का परिसर $= Y$
- $f: X \rightarrow Y$ एकैकी कहलाता है यदि $x_1, x_2 \in X$ के लिए $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 \neq x_2$

प्र.4. सिद्ध कीजिए कि R में $R = \{(a, b) : a \leq b\}$ द्वारा परिभाषित संबंध स्वतुल्य तथा संक्रामक है।

प्र.5. यदि के $n \in N$ लिए $f(n) = \begin{cases} \frac{n+1}{2} & ; \text{यदि } n \text{ विषम है} \\ \frac{n}{2} & ; \text{यदि } n \text{ सम है} \end{cases}$ द्वारा परिभाषित एक फलन $f: N \rightarrow N$ है तो दिखाइए कि

f एकैकी आच्छादक है।

प्र.6. जाँच कीजिए कि क्या समुच्चय $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ में $R = \{(a, b) : b = a + 1\}$ द्वारा परिभाषित संबंध R एक तुल्यता संबंध है।

प्र.7. सिद्ध कीजिए कि पूर्णांको के समुच्चय Z में $R = (a, b)$ संख्या 2, $(a - b)$ को विभाजित करती है। द्वारा प्रदत्त संबंध एक तुल्यता संबंध है।

प्र.8. यदि $f(x) = \frac{4x+3}{6x-4}$; $x \neq \frac{2}{3}$ में सिद्ध कीजिए कि $f \circ f(x) = x$

प्र.9. यदि $f: X \rightarrow Y$ तथा $g: Y \rightarrow Z$ व्युत्क्रमणीय फलन है तो दिखाइए कि $f^{-1} \circ g^{-1} = (g \circ f)^{-1}$

प्र.10. यदि फलन $f: N \rightarrow N$; $f(x) = x^2$ द्वारा प्रदत्त फलन की एकैकी तथा आच्छादी गुणों की जाँच कीजिए।

प्र.11. यदि $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$ तथा $f = \{(1, 4) (2, 5) (3, 6)\}$ A से B पर एक फलन है तो दिखाइए कि f एकैकी है।

प्र.12. सिद्ध कीजिए कि समुच्चय $\{1, 2, 3\}$ में $R = \{(1, 2) (2, 1)\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध R सममित है।

अध्याय-2

प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन

वार्षिक परीक्षा में अधिभार:

अंकवार प्रश्नों की संख्या				कुल अधिभार
1 अंक	2 अंक	3 अंक	4 अंक	
2	-	1	-	$1 + 1 + 3 = 5$

प्र.1. सही विकल्प चुनिए-

i. यदि $\sin^{-1} \frac{1}{x} = y$ तब

(a) $0 \leq y \leq \pi$ (b) $-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$ (c) $0 < y < \pi$ (d) $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$

ii. $\sin^{-1}(2x\sqrt{1-x^2})$

(a) $2\sin^{-1}x$ (b) $2\cos^{-1}x$ (c) $\sin^{-1}2x$ (d) $\tan^{-1}2x$

iii. $\tan^{-1}\sqrt{3} - \sec^{-1}(-2) =$

(a) π (b) $-\frac{\pi}{3}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{2\pi}{3}$

iv. $\cos^{-1}\left(\cos \frac{7\pi}{6}\right) =$

(a) $\frac{7\pi}{6}$ (b) $\frac{5\pi}{6}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{6}$

v. $\sin\left(\frac{\pi}{3} - \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)\right) =$

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) 1

vi. $\tan^{-1}\sqrt{3} - \cot^{-1}(-\sqrt{3}) =$

(a) π (b) $-\frac{\pi}{2}$ (c) 0 (d) $2\sqrt{3}$

vii. $\sin(\tan^{-1}x), |x| < 1 =$

(a) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ (c) $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ (d) $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

viii. $\sin^{-1}(1-x) - 2\sin^{-1}x = \frac{\pi}{2}$, तब $x =$

(a) $0, \frac{1}{2}$ (b) $1, \frac{1}{2}$ (c) 0 (d) $\frac{1}{2}$

ix. $\tan^{-1}\left(\frac{x}{y}\right) - \tan^{-1}\frac{x-y}{x+y} =$

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{3}$ (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{-3\pi}{4}$

प्र.2. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए:

- $\cos^{-1}x$ का प्रांत-----है।
- $\tan^{-1}x$ की मुख्य मान शाखा-----हैं।

प्र.3. सत्य/असत्य लिखिए:

- $\cos^{-1}x$ का प्रांत $R - (-1, 1)$ है।
- $\sec^{-1}x$ की मुख्य मान शाखा $[0, \pi] - \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$ है।

प्र.4. एक शब्द/वाक्य में अंतर दीजिए:

- $\cot^{-1}x$ का प्रांत लिखिए।
- $\operatorname{cosec}^{-1}x$ की मुख्य मान शाखा लिखिए।
- $\cos(\sec^{-1}x + \operatorname{cosec}^{-1}x)$, $|x| \geq 1$ का मान लिखिए।
- $\cot(\tan^{-1}a + \cot^{-1}a)$ का मान लिखिए।

प्र.5. $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ का मुख्य मान ज्ञात कीजिए।

प्र.6. $\tan^{-1}(1)$ का मुख्य मान ज्ञात कीजिए।

प्र.7. $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ का मुख्य मान ज्ञात कीजिए।

प्र.8. $\sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ का मुख्य मान ज्ञात कीजिए।

प्र.9. $\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.10. $\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + 2\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.11. दर्शाइए कि $\sin^{-1}(2x\sqrt{1-x^2}) = 2\sin^{-1}x$, $-\frac{1}{\sqrt{2}} \leq x \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$

प्र.12. दर्शाइए कि $\sin^{-1}(2x\sqrt{1-x^2}) = 2\cos^{-1}x$, $-\frac{1}{\sqrt{2}} \leq x \leq 1$

प्र.13. सिद्ध कीजिए कि $\tan^{-1}x + \tan^{-1}\frac{2x}{1-x^2} = \tan^{-1}x\left(\frac{3x-x^3}{1-3x^2}\right)$, $|x| < \frac{1}{\sqrt{3}}$

प्र.14. सिद्ध कीजिए कि $3\sin^{-1}x = \sin^{-1}(3x - 4x^3)$, $x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

प्र.15. सिद्ध कीजिए कि $3\cos^{-1}x = \cos^{-1}(4x^3 - 3x)$, $x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$

प्र.16. सिद्ध कीजिए कि $\tan^{-1}\sqrt{x} = \frac{1}{2}\cos^{-1}\left[\frac{1-x}{1+x}\right]$, $x \in [0, 1]$

प्र.17. सिद्ध कीजिए कि $\tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}\right] = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\cos^{-1}x$, $-\frac{1}{\sqrt{2}} \leq x \leq 1$.

प्र.18. $\cot^{-1}\left[\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\right]$, $|x| > 1$ को सरलतम रूप में लिखिए।

प्र.19. $\tan^{-1}\left[\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\right]$, $|x| > 1$ को सरलतम रूप में लिखिए।

प्र.20. $\tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}\right]$, $x \neq 0$ को सरलतम रूप में लिखिए।

प्र.21. $\tan^{-1}\left[\frac{x}{\sqrt{a^2-x^2}}\right]$, $|x| < 1$ को सरलतम रूप में लिखिए।

प्र.22. $\tan^{-1}\left[\frac{3a^2x-x^2}{a^3-3ax^2}\right]$, $a > 0$, $\frac{-a}{\sqrt{3}} \leq x \leq \frac{a}{\sqrt{3}}$ को सरलतम रूप में लिखिए।

प्र.23. $\tan^{-1}\left[\frac{\cos x}{1-\sin x}\right]$, $\frac{-\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ को सरलतम रूप में लिखिए।

प्र.24. $\tan^{-1}\left[\frac{1-\cos x}{\sqrt{1+\cos x}}\right]$, $x < \pi$ को सरलतम रूप में लिखिए।

प्र.25. $\tan^{-1}\left[\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}\right]$, $0 < x < \pi$ को सरलतम रूप में लिखिए।

प्र.26. सरल कीजिए $\tan^{-1}\left[\frac{a\cos x - b\sin x}{b\cos x + a\sin x}\right]$, if $\frac{a}{b}\tan x > -1$

प्र.27. सिद्ध कीजिए कि $\tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{1+\sin x} + \sqrt{1-\sin x}}{\sqrt{1+\sin x} - \sqrt{1-\sin x}}\right] = \frac{x}{2}$, $x \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$

प्र.28. दर्शाइए कि $\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{2}{11} = \tan^{-1}\frac{3}{4}$

- प्र.29. सिद्ध कीजिए कि $\tan^{-1} \frac{2}{11} + \tan^{-1} \frac{7}{24} = \tan^{-1} \frac{1}{2}$
- प्र.30. हल कीजिए $\tan^{-1} \frac{1}{5} + \tan^{-1} \frac{1}{7} + \tan^{-1} \frac{1}{3} + \tan^{-1} \frac{1}{8} = \frac{\pi}{4}$.
- प्र.31. सिद्ध कीजिए कि $2\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{7} = \tan^{-1} \frac{31}{17}$
- प्र.32. $\tan \left[2 \cos \left(2 \sin^{-1} \frac{1}{2} \right) \right]$ का मान ज्ञात कीजिए।
- प्र.33. $\tan \frac{1}{2} \left[\sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2} + \cos^{-1} \frac{1-y^2}{1+y^2} \right]$, $|x| < 1, y > 0$ and $xy < 1$ का मान ज्ञात कीजिए।
- प्र.34. यदि $\sin \left(\sin^{-1} \frac{1}{5} + \cos^{-1} x \right) = 1$ तो x का मान ज्ञात कीजिए।
- प्र.35. यदि $\tan^{-1} \frac{x-1}{x-2} + \tan^{-1} \frac{x+1}{x+2} = \frac{\pi}{4}$ तो x का मान ज्ञात कीजिए।
- प्र.36. हल कीजिए $\tan^{-1} 2x + \tan^{-1} 3x = \frac{\pi}{4}$
- प्र.37. $\sin^{-1} \left[\sin \frac{2\pi}{3} \right]$ का मान ज्ञात कीजिए।
- प्र.38. $\sin^{-1} \left[\sin \frac{3\pi}{5} \right]$ का मान ज्ञात कीजिए।
- प्र.39. $\tan^{-1} \left[\tan \frac{3\pi}{4} \right]$ का मान ज्ञात कीजिए।
- प्र.40. $\tan^{-1} \left[\tan \frac{7\pi}{6} \right]$ का मान ज्ञात कीजिए।
- प्र.41. $\cos^{-1} \left[\cos \frac{13\pi}{6} \right]$ का मान ज्ञात कीजिए।
- प्र.42. $\tan \left[\sin^{-1} \frac{3}{5} + \cot^{-1} \frac{3}{2} \right]$ का मान ज्ञात कीजिए।
- प्र.43. दर्शाइए कि $\sin^{-1} \frac{3}{5} - \sin^{-1} \frac{8}{17} = \cos^{-1} \frac{84}{85}$
- प्र.44. दर्शाइए कि $\sin^{-1} \frac{8}{17} + \sin^{-1} \frac{3}{5} = \tan^{-1} \frac{77}{36}$
- प्र.45. दर्शाइए कि $\cos^{-1} \frac{4}{5} + \cos^{-1} \frac{12}{13} = \cos^{-1} \frac{33}{35}$

अध्याय-3
आव्यूह

वार्षिक परीक्षा में अधिभार:

अंकवार प्रश्नों की संख्या				कुल अधिभार
1 अंक	2 अंक	3 अंक	4 अंक	
1	1	1	—	1 + 2 + 3 = 6

- प्र.1. सही विकल्प चुनिए—
- i. 3×3 कोटि के ऐसे आव्यूहों की कुल संख्या होगी जिनकी प्रत्येक की प्रविष्टि 0 या 1 है।
(a) 27 (b) 18 (c) 81 (d) 512
- ii. $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ एक वर्ग आव्यूह है यदि
(a) $m < n$ (b) $m > n$ (c) $m = n$ (d) इनमें से कोई नहीं
- iii. आव्यूह A तथा B एक दूसरे के व्युत्क्रम होंगे यदि:—
(a) $AB = BA$ (b) $AB - BA = 0$ (c) $AB = 0, BA = 1$ (d) $AB = BA = I$
- iv. यदि एक आव्यूह A सममित एवं विषम सममित दोनों ही है तो A :
(a) एक विकर्ण आव्यूह है (b) एक शून्य आव्यूह है
(c) एक वर्ग आव्यूह है (d) इनमें से कोई नहीं

- v. यदि A तथा B समान कोटि के सममित आव्यूह हैं तो $AB - BA$
 (a) विषम सममित आव्यूह है। (b) सममित आव्यूह है।
 (c) शून्य आव्यूह है। (d) तत्समक आव्यूह है।
- vi. यदि A एक वर्ग आव्यूह है तो A सममित आव्यूह होगा यदि:
 (a) $A^2 = A$ (b) $A^2 = I$ (c) $A' = A$ (d) $A' = -A$
- vii. एक विषम सममित आव्यूह के विकर्ण का प्रत्येक अवयव होता है:
 (a) शून्य (b) धनात्मक (c) ऋणात्मक (d) अवास्तविक
- viii. $A = [a_{ij}]_{m \times 1}$ एक आव्यूह है।
 (a) पंक्ति आव्यूह (b) स्तंभ आव्यूह (c) वर्ग आव्यूह (d) विकर्ण आव्यूह

प्र.2. सत्य/असत्य लिखिए:

- $A = [a_{ij}]_{1 \times n}$ एक पंक्ति आव्यूह होता है।
- आव्यूहों में योग की संक्रिया के लिए साहचर्य नियम का पालन नहीं होता है।
- किसी A आव्यूह के लिए $(A')' = A$
- आव्यूहों में गुणन की संक्रिया के क्रम विनिमेय नियम का पालन होता है।
- तीन आव्यूहों A, B व C के लिए $(AB)C = A(BC)$

प्र.3. एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिए:

- यदि $A = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{bmatrix}$ तथा $A + A' = I$ तो x का मान क्या है ?
- यदि $\begin{bmatrix} 1 & a \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ है तो a का मान क्या है ?
- 2×2 कोटि का तत्समक आव्यूह लिखें।
- विकर्ण आव्यूह का कोई एक उदाहरण लिखें।

प्र.4. 2×2 कोटि के आव्यूह की रचना कीजिए जिसके अवयव निम्न प्रकार से प्राप्त होते हैं $a_{ij} = \frac{1}{2}|-3i + j|$

प्र.5. सरल कीजिए $\begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix}$

प्र.6. सरल कीजिए $\cos \theta \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} + \sin \theta \begin{bmatrix} \sin \theta & -\cos \theta \\ \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix}$

प्र.7. X का मान ज्ञात कीजिए यदि $Y = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ और $2X + Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

प्र.8. यदि $A' = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ तब $(A + 2B)'$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.9. यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ तो सत्यापित कीजिए $(A + B)' = A' + B'$

प्र.10. दिखाइए कि $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 5 \\ -1 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ एक सममित आव्यूह है।

प्र.11. यदि $A = \begin{bmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{bmatrix}$ तो सिद्ध कीजिए $A^2 = \begin{bmatrix} \cos 2x & \sin 2x \\ -\sin 2x & \cos 2x \end{bmatrix}$

प्र.12. वर्ग आव्यूह $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & -6 \end{bmatrix}$ को सममित एवं विषम सममित आव्यूहों के योग के रूप में प्रदर्शित कीजिए।

प्र.13. यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ x & 2 & y \end{bmatrix}$ समीकरण $AA' = 9I$ को संतुष्ट करता है तो x व y के मान ज्ञात कीजिए।

प्र.14. यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ और $A^2 = PA$ तो P का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.15. x तथा y ज्ञात कीजिए यदि $x + y = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$ तथा $x - y = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

प्र.16. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ है दर्शाइए कि $AB \neq BA$

प्र.17 आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ के लिए सत्यापित कीजिए कि

- $(A + A')$ एक सममित आव्यूह है।
- $(A - A')$ एक विषम सममित आव्यूह है।

प्र.18 यदि $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 5 & 7 & 9 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ है तो सत्यापित कीजिए कि

$$(A - B)' = A' - B'$$

अध्याय-4
सारणिक

वार्षिक परीक्षा में अधिभार:

अंकवार प्रश्नों की संख्या				कुल अधिभार
1 अंक	2 अंक	3 अंक	4 अंक	
1	—	—	1	1 + 1 + 4 = 6

प्र.1. सही विकल्प चुनिए—

i. यदि $\begin{vmatrix} x & 2 \\ 18 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 18 & 6 \end{vmatrix}$ तब x का मान होगा।

- (a) 6 (b) ± 6 (c) -6 (d) 0

ii. यदि $A, 3 \times 3$ कोटि का वर्ग आव्यूह है तो $|KA|$

- (a) $K|A|$ (b) $K^2|A|$ (c) $K^3|A|$ (d) $3K|A|$

iii. निम्नलिखित में से कौन सा सत्य है

- (a) सारणिक एक वर्ग आव्यूह है।
 (b) सारणिक आव्यूह से संबद्ध एक संख्या है।
 (c) सारणिक एक वर्ग आव्यूह से संबद्ध एक संख्या है।
 (d) इनमें से कोई नहीं

iv. यदि त्रिभुज का क्षेत्रफल 35 वर्ग इकाई है तथा इसके शीर्ष $(2, -6)$ $(5, 4)$ तथा $(k, 4)$ है तो k का मान है।

- (a) 12 (b) -2 (c) -12, -2 (d) 12, -2

v. यदि $A, 3 \times 3$ कोटि का वर्ग आव्यूह है तो $|adjA|$ का मान है।

- (a) $|A|$ (b) $|A|^2$ (c) $|A|^3$ (d) $3|A|$

vi. यदि A कोटि दो का व्युत्क्रमणीय आव्यूह है तो $\det(A^{-1})$ बराबर है:

- (a) $\det(A)$ (b) $\frac{1}{\det(A)}$ (c) 1 (d) 0

vii. यदि A और B दो व्युत्क्रमणीय आव्यूह हो तब $(AB)^{-1}$ का मान बराबर होगा।

- (a) $A^{-1}B^{-1}$ (b) $B^{-1}A^{-1}$ (c) AB (d) $A^{-1}B$

viii. यदि $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ और a_{ij} का सहखण्ड a_{ij} है तो Δ का मान निम्नलिखित रूप में व्यक्त किया जाता है।

(a) $a_{11}A_{31} + a_{12}A_{32} + a_{13}A_{33}$

(b) $a_{11}A_{11} + a_{12}A_{21} + a_{13}A_{31}$

(c) $a_{21}A_{11} + a_{22}A_{12} + a_{23}A_{13}$

(d) $a_{11}A_{11} + a_{21}A_{21} + a_{31}A_{31}$

प्र.2. एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिए:

i. $\begin{vmatrix} \cos 15 & \sin 15 \\ \sin 75 & \cos 75 \end{vmatrix}$ मान है ?

ii. x के किस मान के लिए आव्यूह $\begin{vmatrix} 6-x & 4 \\ 3-x & 1 \end{vmatrix}$ एक अव्युत्क्रमणीय आव्यूह होगा।

iii. यदि A कोई 3×3 कोटि का आव्यूह है तब सारणिक के उपसारणिकों की संख्या लिखिए।

iv. यदि बिन्दु $(k+1, 1)$, $(2k+1, 3)$ और $(2k+2, 2k)$ संरेख है तो k का मान क्या है ?

प्र.3. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए

i. सारणिक $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$ में अवयव 6 का उपसारणिक-----है।

ii. बिन्दु $A(a, b+c)$, $B(b, c+a)$ और $C(a, a+b)$ -----है।

iii. यदि A कोई वर्ग आव्यूह है तथा $|A| \neq 0$ तो A एक-----आव्यूह है।

iv. एक वर्ग आव्यूह A अव्युत्क्रमणीय कहलाता है। यदि-----

प्र.4. सत्य/असत्य लिखिए-

i. यदि एक पंक्ति या स्तंभ के अवयवों को अन्य पंक्ति या स्तंभ के सहखण्डों से गुणा किया जाए तो उनका योग शून्य होता है।

ii. यदि $\Delta = \begin{vmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{vmatrix}$ तब Δ का मान शून्य होगा।

iii. केवल वर्ग आव्यूह सारणिक कहलाते हैं।

iv. यदि A एक वर्ग आव्यूह है तब $\det(A) = \det(A')$, जहाँ $A' = A$ का परिवर्त।

प्र.5. यदि $A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}$ तो सिद्ध कीजिए $|3A| = 27|A|$

प्र.6. सिद्ध कीजिए $\begin{vmatrix} b+c & a & a \\ b & c+a & b \\ c & c & a+b \end{vmatrix} = 4abc$

प्र.7. यदि x, y, z भिन्न-भिन्न है और $\Delta = \begin{vmatrix} x & x^2 & 1+x^2 \\ y & y^2 & 1+y^2 \\ z & z^2 & 1+z^2 \end{vmatrix} = 0$

प्र.8. सारणिकों के प्रयोग से बिन्दुओं $(1, 2)$ और $(3, 6)$ को मिलाने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

प्र.9. यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$ तो सिद्ध कीजिए $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

प्र.10. आव्यूह $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए।

प्र.11. k का मान ज्ञात कीजिए जबकि त्रिभुज का क्षेत्रफल 4 वर्ग इकाई है जहाँ त्रिभुज के शीर्ष $(k, 0)$, $(4, 0)$, $(0, 2)$

प्र.12. आव्यूह $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 5 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ आव्यूह का सहखण्डज ज्ञात कीजिए।

प्र.13. आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ है तो सिद्ध कीजिए कि $A^2 - 4A - 5I = 0$ तथा A^{-1} भी ज्ञात कीजिए।

प्र.14. हल करके x का मान ज्ञात कीजिए यदि $\begin{bmatrix} x & -6 & -1 \\ 2 & -3x & x-3 \\ -3 & 2x & x+2 \end{bmatrix} = 0$

प्र.15. गुणधर्मों का प्रयोग करके सारणिक का मान ज्ञात कीजिए $\begin{bmatrix} 0 & ab^2 & ac^2 \\ a^2b & 0 & bc^2 \\ a^2c & ab^2 & 0 \end{bmatrix}$

प्र.16. निम्नलिखित प्रश्नों के लिए सत्यापित कीजिए कि :

$$A.(adjA) = (adjA).A = |A|.I$$

(i) $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -4 & -6 \end{bmatrix}$ (ii) $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

प्र.17. निम्नलिखित आव्यूहों के लिए व्युत्क्रम (यदि व्युत्क्रम अस्तित्व हो) ज्ञात कीजिए :

(i) $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ (ii) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}$

प्र.18. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ हो तो सत्यापित कीजिए कि $A.(adjA) = |A|.I$

और A^{-1} ज्ञात कीजिए।

प्र.19. सारणिक $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -7 \end{vmatrix}$ के अवयवों के उपसारणिक तथा सहखंड ज्ञात कीजिए।

प्र.20. तीसरे स्तंभों के सहखंडों के प्रयोग से $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & x & yz \\ 1 & y & zx \\ 1 & z & xy \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए :

अध्याय-5

सातव्य एवं अवकलनीयता

वार्षिक परीक्षा में अधिभार:

अंकवार प्रश्नों की संख्या				कुल अधिभार
1 अंक	2 अंक	3 अंक	4 अंक	
2	1	—	1	$1 + 1 + 2 + 4 = 8$

प्र.1. सही विकल्प चुनिए—

i. 5^x का x के सापेक्ष अवकलन गुणांक होगा।

(a) $5^x \log_e 5$ (b) $5^x \log_5 e$ (c) 5^x (d) $\frac{5^x}{\log_e a}$

ii. x^6 का x^3 के सापेक्ष अवकल गुणांक होगा:

(a) $6x^3$ (b) $3x^2$ (c) $2x^3$ (d) $2x^2$

iii. यदि $f(x) = \cos^{-1}(\sin x)$, तब $f'(x)$ का मान होगा:

(a) 1 (b) -1 (c) 0 (d) इनमें से कोई नहीं

iv. यदि $y = a \sin mx + b \cos mx$ तब $\frac{d^2y}{dx^2} =$

(a) m^2y (b) $-m^2y$ (c) my (d) $-my$

v. $\tan^{-1}\left(\frac{\sin x}{1+\cos x}\right)$ का x के सापेक्ष अवकल गुणांक:

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$ (c) 0 (d) इनमें से कोई नहीं

प्र.2. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए

- $\tan(x^2 + 5)$ का x के सापेक्ष अवकलन-----होगा।
- $\frac{dy}{dx}$ का मान----- होगा यदि $\sin(x + y) = x^2 + y^2$
- $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ तब $\frac{dy}{dx}$ का मान-----होगा।
- $\sec\left(\frac{5}{x}\right)$ का x के सापेक्ष अवकलन-----है।
- यदि $f(x) = 1 - \cos x$ है तो $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ का मान-----है।

प्र.3. सत्य/असत्य लिखिए-

- प्रत्येक बहुपद फलन सतत् होता है।
- फलन $f(x) = |x|$, $x = 0$ पर सतत् व अवकलनीय है।
- प्रत्येक अवकलनीय फलन सतत् होता है।
- a^{2x} का अवकल गुणांक $a^{2x} \log 2$ होता है।
- यदि $f(x) = \cos^{-1}(\sin x)$ हो तो $f'(x)$ का मान 1 होगा।

प्र.4. एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिए।

- यदि $y = \sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$ तब $\frac{dy}{dx}$ क्या होगा ?
- $\log x$ का अवकलज लिखिए।
- यदि $f(x) = x \cos x + e^x$ तो $f'(0)$ का मान क्या होगा।
- यदि $y = ax^2 + b$ तब $\frac{dy}{dx}$ का मान $x = 2$ पर क्या होगा।

प्र.5. k का मान ज्ञात कीजिए यदि फलन $f(x) = \begin{cases} x \sin\left(\frac{1}{x}\right); & x \neq 0 \\ k & ; x = 0 \end{cases}$ $x = 0$ पर सतत् है।

प्र.6. क्या फलन $f(x) = x^2 - \sin x + 5$, $x = \pi$ पर सतत् है ?

प्र.7. यदि $x = a \cos^3 \theta$, $y = a \sin^3 \theta$ तो $\frac{d^2y}{dx^2}$ का मान $\theta = \frac{\pi}{6}$ पर ज्ञात कीजिए।

प्र.8. $\tan^{-1} \frac{2x}{1-x^2}$ का $\sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2}$ के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

प्र.9. यदि $xy = e^{x-y}$ तो $\frac{dy}{dx}$ मान ज्ञात कीजिए।

प्र.10. निम्नलिखित फलनों के लिए $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

- $x^y + y^x = 1$
- $(\log x)^{\cos x}$
- $\sqrt{\frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)(x-4)(x-5)}}$
- $\left(x + \frac{1}{x}\right)^x + x^{(x+1/x)}$
- $(\cos x)^y = (\cos y)^x$
- $x^x - 2^{\sin x}$

प्र.11. यदि $x = a \cos \theta$, $y = a \sin \theta$ है तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

प्र.12. यदि $x = at^2$, $y = 2at$ है तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

प्र.13. यदि $x = a(\theta + \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$ है तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

प्र.14. यदि $e^x(x+1) = 1$ है तो दर्शाइए कि $\frac{d^2y}{dx^2} = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2$

प्र.15. निम्नलिखित प्रश्नों में $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

- $y = \cos^{-1}\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$, $0 < x < 1$
- $y = \sin^{-1}\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$, $0 < x < 1$
- $y = \sin^{-1}(2x\sqrt{1-x^2})$, $-\frac{1}{\sqrt{2}} < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$
- $y = \sec^{-1}\left(\frac{1}{2x^2-1}\right)$, $0 < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$
- $y = \cos^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$, $-1 < x < 1$

प्र.16 निम्नलिखित फलनों के द्वितीय कोटि के अवकलन ज्ञात कीजिए—

- (i) $\tan^{-1}x$ (ii) $\log x$ (iii) $\log(\log x)$ (iv) $e^{6x}\cos 3x$
 (v) $\sin(\log x)$ (vi) x^{20} (vii) $x^2 + 2x + 3$ (viii) $x \cos x$

अध्याय-6
अवकलज के अनुप्रयोग

वार्षिक परीक्षा में अधिभार

अंकवार प्रश्नों की संख्या				कुल अधिभार
1 अंक	2 अंक	3 अंक	4 अंक	
1	1	1	—	1+2+3=6

प्र.क्रमांक 1:—सही विकल्प चुनकर लिखिए।

- (i) एक वृत्त की तृत्या $r = 6cm$ पर r के सापेक्ष क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर है:
 a) 10π b) 12π c) 8π d) 11π
- (ii) एक उत्पाद की x इकाइयों के विक्रय से प्राप्त कुल आय रूप्यों में $R(x) = 3x^2 + 36x + 5$ से प्रदत्त है, जब $x = 15$ है तो सीमांत आय है :
 a) 116 b) 96 c) 90 d) 126
- (iii) वक्र $y = 2x^2 + 3 \sin x$ के $x = 0$ पर अभिलम्ब की प्रणता है:
 a) 3 b) $\frac{1}{3}$ c) -3 d) $-\frac{1}{3}$
- (iv) किस बिन्दु पर $y = x + 1$, $y^2 = 4x$ की स्पर्श रेखा है :
 a) (1,2) b) (2,1) c) (1,-2) d) (-1,2)
- (v) वक्र $x^2 = 2y$ पर (0,5) से न्यूनतम दूरी पर स्थित बिन्दु है :
 a) $(2\sqrt{2}, 4)$ b) $(2\sqrt{2}, 0)$ c) (0,0) d) (2,2)

प्रश्न क्रमांक 2:—एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिए।

- (i) रेखा $y = mx + 1$ वक्र $y^2 = 4x$ की स्पर्श रेखा है तो m का मान क्या है ?
 (ii) $[x(x-1) + 1]^{\frac{1}{3}}$, $0 \leq x \leq 1$ उच्चतम मान क्या है ?
 (iii) x , के सभी वास्तविक मानों के लिए $\frac{1-x+x^2}{1+x+x^2}$ का न्यूनतम मान क्या है ?
 (iv) वक्र $2y + x^2 = 3$ के बिन्दु (1,1) पर अभिलम्ब का समीकरण लिखिए।

प्रश्न क्रमांक 3:—रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

- (i) वक्र $x = t^2 + 3t - 8$, $y = 2t^2 - 2t - 5$, के बिन्दु (2, -1) पर स्पर्श रेखा की प्रणवता है।
 (ii) एक 10m तृज्या के बेलनाकार टंकी में $314 \frac{m^2}{h}$, की दर से गेहूँ भरा जाता है, भरे गए गेहूँ की गहराई की वृद्धि दर है।
 (iii) वक्र $9y^2 = x^2$ पर बिन्दु..... हैं जहाँ पर वक्र का अभिलम्ब अक्षों से समान अंतः खण्ड काटता है।
 (iv) वक्र $y = 3x^2 - 4x$ की स्पर्शज्या की प्रणता $x = 4$ पर..... होगी।

प्रश्न क्रमांक 4:—निम्न लिखित में से सत्य/असत्य लिखिए।

(i) किसी उत्पाद की x इकाईयों के विक्रय से प्राप्त कुल आय रूप में $R(x) = 3x^2 + 6x + 5$ से प्रदत्त है। जब $x = 5$ है तो सीमांत आय 36 रु. होगी।

(ii) वृत्त के क्षेत्रफल के परिवर्तन की दर इसकी त्रिज्या r के सापेक्ष $9\pi \text{ cm}^2$ होगी जबकि $r = 5\text{cm}$ प्रश्न.5—दर्शाए कि वक्र xy^2 और $xy = k$ एक दूसरे को समकोण पर काटते हैं यदि $8k^2 = 1$

प्रश्न.6—एक 5 मीटर लंबी सीढ़ी दीवार से टिकी है। सीढ़ी के निचले सिरे को दीवार से 3cm/s की दर से हटाया जाता है सीढ़ी की दीवार पर ऊँचाई किस दर से कम होगी जब इसका निचला सिरा दीवार से 4 मी.दूर हो।

प्रश्न.7 एक स्थिर झील में एक पत्थर डाला जाता है और तरंगे वृत्तों में 5cm/s की गति से चलती हैं।जब वृत्ताकार तरंग की त्रिज्या 8cm है तो उस क्षण घिरा हुआ क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है

प्रश्न.8 एक घन का आयतन $8\text{cm}^3/\text{s}$ की दर से बढ़ रहा है। पृष्ठ क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है जबकि इसके किनारे की लंबाई 12cm हैं

प्रश्न.9 एक गुब्बारा जो सदैव गोलाकार रहता है एक पंप द्वारा 900cm^3 गैस प्रति सेकंड भरकर फुलाया जाता है। गुब्बारे की त्रिज्या के परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए जब त्रिज्या 15cm है

प्रश्न.10 ऐसी दो धन संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनका योग 15 है और जिनके वर्गों का योग न्यूनतम हो।

प्रश्न.11 वक्र $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ पर उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए जिन पर स्पर्श रेखाएँ

(i) x -अक्ष के समान्तर है (ii). y -अक्ष के समान्तर है।

प्रश्न.12—सिद्ध कीजिए कि एक दिए हुए वृत्त में खींचे गए सभी आयतों में वर्ग का क्षेत्रफल उच्चिष्ठ होता है।

प्रश्न.13—स्पर्श रेखा और अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए जबकि वक्र $x = 1 - \cos\theta$ तथा $y = \theta - \sin\theta$ है तथा $\theta = \frac{\pi}{4}$

प्रश्न.14—दो धनात्मक संख्याएँ x और y ज्ञात कीजिए जिनका योग 35 और गुणनफल महत्तम हो।

प्रश्न.15—फलन $\sin x + \cos x$ का महत्तम मान ज्ञात करो।

प्रश्न.16—यदि अंतराल $[0,2]$ में $x = 1$ पर फलन $x^4 - 62x^2 + ax + 9$ उच्चतम मान प्राप्त करता है तो a का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न.17—निम्नलिखित दिए गए फलनों के उच्चतम या निम्नतम मान यदि कोई हो तो ज्ञात कीजिए :

(i) $f(x) = x^3 + 1$ (ii) $f(x) = 9x^2 + 12x + 2$ (iii) $f(x) = (2x - 1)^2 + 3$ (iv) $f(x) = -(x - 1)^2 + 10$

अध्याय—7

समाकलन

वार्षिक परीक्षा में अधिभार

अंकवार प्रश्नों की संख्या				कुल अधिभार
1 अंक	2 अंक	3 अंक	4 अंक	
8	2	—	—	$1+1+1+1+1+1+1+1+2=12$

प्र.क्रं-1:—सही विकल्प चुनकर लिखिए।

(i) $[\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}]$ का प्रति अवकलज है:

- (a) $\frac{1}{3}x^{1/3} + 2x^{1/2} + c$ (b) $\frac{2}{3}x^{2/3} + \frac{1}{2}x^2 + c$
(c) $\frac{2}{3}x^{3/2} + 2x^{1/2} + c$ (d) $\frac{3}{2}x^{3/2} + \frac{1}{2}x^{1/2} + c$

(ii) यदि $\frac{d}{dx}f(x) = 4x^3 - \frac{3}{x^4}$ जिसमें $f(2) = 0$ तो $f(x)$ है:

- (a) $x^4 + \frac{1}{x^3} - \frac{129}{8}$ (b) $x^3 + \frac{1}{x^4} - \frac{129}{8}$
(c) $x^4 + \frac{1}{x^{43}} + \frac{129}{8}$ (d) $x^3 + \frac{1}{x^4} - \frac{129}{8}$

(iii) $\int x^2 e^{x^3} dx$ का मान है—

- (a) $\frac{1}{3} e^{x^3} + c$ (b) $\frac{1}{3} e^{x^2} + c$
 (c) $\frac{1}{2} e^{x^3} + c$ (d) $\frac{1}{2} e^{x^2} + c$

(iv) $\int e^x \sec x (1 + \tan x) dx$ बराबर है :-

- (a) $e^x \cos x + c$ (b) $e^x \sec x + c$
 (c) $e^x \sin x + c$ (d) $e^x \tan x + c$

(v) $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$ बराबर है :-

- (a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{2\pi}{3}$
 (c) $\frac{\pi}{6}$ (d) $\frac{\pi}{12}$

(vi) $\int_0^{2/3} \frac{dx}{4+9x^2}$ बराबर है :-

- (a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{12}$ (c) $\frac{\pi}{24}$ (d) $\frac{\pi}{4}$

प्र.कं-2:-रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए -

- (i) यदि $f(x) = \int_0^x t \sin t \, dt$, तब $f'(x) \dots \dots$ है।
 (ii) समाकलन $\int_{1/3}^1 \frac{(x-x^3)^{1/3}}{x^4} dx$ का मान.....है।
 (iii) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} (x^3 + x \cos x + \tan^5 x + 1) dx$ का मानहै।
 (iv) $\int_0^{\pi/2} \log \left(\frac{4+3\sin x}{4+3\cos x} \right) dx$ का मानहै।
 (v) $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$ बराबरहै।

प्र.कं-3:-एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिए।

- (i) यदि $f(a+b-x) = f(x)$ है तो $\int_a^b x f(x) dx$ बराबर है ?
 (ii) $\int \frac{dx}{x^2+2x+2}$ बराबर है ?
 (iii) $\int \frac{dx}{\sqrt{9x-4x^2}}$ बराबर है ?

प्र.कं-4(A) जोड़ी मिलाइए -

- (i) $\int \frac{[10x^9 + 10^x \log 10] dx}{x^{10} + 10^x}$ (a) $\tan x - \cot x + c$
 (ii) $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x}$ (b) $\log(10^x + x^{10}) + C$
 (iii) $\int \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$ (c) $\tan(xe^x) + C$
 (iv) $\int \frac{e^x(1+x)}{\cos^2(e^x x)} dx$ (d) $\tan x + \cot x + c$
 (iv) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x + \sqrt{\cos x}}} dx$ (e) 1
 (v) $\int_0^1 x e^x dx$ (f) $\frac{\pi}{4}$

प्र.कं-4(B) जोड़ी मिलाइए -

- | | |
|---------------------------------------|--|
| (i) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-a^2}}$ | (a) $\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + c$ |
| (ii) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}$ | (b) $\frac{1}{2a} \log \left[\frac{a+x}{a-x} \right] + c$ |
| (iii) $\int \frac{dx}{x^2+a^2}$ | (c) $\sin^{-1} \frac{x}{a} + c$ |
| (iv) $\int \frac{dx}{x^2-a^2}$ | (d) $\log x + \sqrt{x^2 - a^2} + c$ |
| (v) $\int \sqrt{x^2 + a^2}$ | (e) $\frac{1}{2} x \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-2} \frac{x}{a} + c$ |
| (vi) $\int \sqrt{a^2 - x^2}$ | (f) $\frac{1}{2} x \sqrt{x^2 + a^2} + \frac{a^2}{2} \log x + \sqrt{x^2 + a^2} + c$ |

प्र.कं-4(C) जोड़ी मिलाइए -

- | | |
|---------------------------------------|--|
| (i) $\int_{-2}^1 \frac{ x }{x} dx$ | (a) 1 |
| (ii) $\int_0^\infty e^{-x} dx$ | (b) -1 |
| (iii) $\int \sqrt{x^2 - a^2} dx$ | (c) $\log : x + \sqrt{x^2 - a^2} + c$ |
| (iv) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}}$ | (d) $\frac{1}{2a} \log \left \frac{x-a}{x+a} \right + c$ |
| (v) $\int \frac{dx}{x^2-a^2}$ | (e) $\frac{x}{2} \sqrt{x^2 - a^2} - \frac{a^2}{2} \log x + \sqrt{x^2 - a^2} + c$ |
| (vi) $\int \tan x$ | (f) $\log \sec x$ |

प्र.कं-4(D) जोड़ी मिलाइए -

- | | |
|--|--|
| (i) $\int \frac{\cos 2x}{[\sin + \cos x]^2} dx$ | (a) $\log \left \frac{[x-2]^2}{x-1} \right + c$ |
| (ii) $\int_0^1 \tan^{-1} \left(\frac{2x-1}{1+x-x^2} \right) dx$ | (b) $\log \sin x + \cos x + c$ |
| (iii) $\int \sqrt{1+x^2} dx$ | (c) $\frac{1}{2} (x+4) \sqrt{x^2 - 8x + 7} + 9 \log x + 4 + \sqrt{x^2 - 8x + 7} + C$ |
| (iv) $\int \sqrt{x^2 - 8x + 7} dx$ | (d) $\log x - \frac{1}{2} \log(x^2 + 1) + c$ |
| (v) $\int \frac{x dx}{(x-1)(x-2)}$ | (e) 0 |
| (vi) $\int \frac{dx}{x(x^2+1)}$ | (f) $\frac{x}{2} \sqrt{1+x^2} + \frac{1}{2} \log x + \sqrt{1+x^2} + c$ |

प्र.कं-4(E) जोड़ी मिलाइए -

- (i) $\int \log x \, dx$ (a) $\frac{\pi}{12}$
(ii) $\int \cot x \, dx$ (b) 0
(iii) $\int_0^\pi \cos x \, dx$ (c) $\tan(e^x)$
(iv) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \sin x \, dx$ (d) $x \log -x$
(v) $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$ (e) $-\frac{\pi}{2} \log 2$
(v) $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$ (f) $\log \sin x$

प्र.5 $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos^5 x}{\sin^5 x + \cos x^5}$ का मान ज्ञात करें।

प्र.6 $\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx$ का मान ज्ञात करें।

प्र.7 $\int_{-1}^2 |x^3 - x| \, dx$ का मान ज्ञात करें।

प्र.8 $\int_0^1 \frac{\tan^{-1} x}{1+x^2} \, dx$ का मान ज्ञात करें।

प्र.9 $\int_{-1}^1 (x+1) \, dx$ का मान ज्ञात करें।

प्र.10 निम्न लिखित को ज्ञात कीजिए।

(i) $\int \cos^2 x \, dx$ (ii) $\int \sin^3 x \, dx$ (iii) $\int \sin^3 x \cos^2 x \, dx$ (iv) $\int \cot x \, dx$

(v) $\int \frac{\sin(\tan^{-1} x)}{1+x^2} \, dx$ (vi) $\int \frac{1}{x^2-16} \, dx$ (vii) $\int \frac{1}{(x+1)(x+2)} \, dx$ (viii) $\int \frac{1}{x(x^n+1)} \, dx$

(ix) $\int x \cos x \, dx$

अध्याय-8
समाकलन के अनुप्रयोग

वार्षिक परीक्षा में अधिभार

अंकवार प्रश्नों की संख्या				कुल अधिभार
1 अंक	2 अंक	3 अंक	4 अंक	
1	—	—	1	1+4=5

प्रश्न क्रमांक-1

1. प्रथम चतुर्थांश में वृत्त $x^2 + y^2 = 4$ एवं रेखाओं $x = 0, x = 2$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल है।

- (a) π (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{34}$

2. वक्र $y^2 = 4x, y$ अक्ष एवं रेखा $y = 3$, से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल है।

- (a) 2 (b) $\frac{9}{4}$ (c) $\frac{9}{3}$ (d) $\frac{9}{2}$

3. वक्र $y = x^3, x$ अक्ष एवं कोटियों $x = -2$ तथा $x = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल है।

- (a) -9 (b) $-\frac{15}{4}$ (c) $\frac{15}{4}$ (d) $\frac{17}{4}$

4. वक्र $y = |x|.x$ अक्ष एवं कोटियों $x = -1$ तथा $x = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल है।

- (a) 0 (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{4}{3}$

प्रश्न क्रमांक-2 निम्नलिखित में से सत्य/असत्य लिखिए।

- वक्र $y = f(x), x$ अक्ष एवं रेखाओं $x = a$ तथा $x = b$ ($b > a$) से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल $\int_a^b y dx$ है।
- किसी वृत्त $x^2 + y^2 = a^2$ का क्षेत्रफल $2\pi a^2$ होता है।

प्रश्न क्रमांक-3 एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिए।

- वक्र $y^2 = x$, रेखाओं $x = 1, x = 4$ एवं x - अक्ष से घिरे क्षेत्र का प्रथम चतुर्थांश में क्षेत्रफल क्या होगा ?
- वक्र $x^2 = 4y, y = 2, y = 4$ एवं y - अक्ष से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल क्या है?

प्र.4 वक्र $y^2 = 4x$, एवं रेखा $x = 3$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

प्र.5 प्रथम चतुर्थांश में वृत्त $x^2 + y^2 = 32$, रेखा $y = x$ एवं x अक्ष से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

प्र.6 दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

प्र.7 वक्र $x^2 = 4y$, एवं रेखा $x = 4y - 2$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

प्र.8 छेदक रेखा $x = \frac{9}{\sqrt{2}}$ द्वारा वृत्त $x^2 + y^2 = a^2$ के छोटे भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

अध्याय-9
अवकल समीकरण

वार्षिक परीक्षा में अधिभार

अंकवार प्रश्नों की संख्या				कुल अधिभार
1 अंक	2 अंक	3 अंक	4 अंक	
1	—	—	1	1+4=5

प्र.1.

- (i) अवकल समीकरण $2x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 3 \frac{dy}{dx} + y = 0$ की कोटि है:
 (a) 2 (b) 1 (c) 0 (d) परिभाषित नहीं है।
- (ii) अवकल समीकरण $xy \frac{d^2y}{dx^2} + x \left[\frac{dy}{dx} \right]^2 - y \frac{dy}{dx} = 0$ की घात है :
 (a) 2 (b) 1 (c) 0 (d) परिभाषित नहीं है।
- (iii) $\frac{dx}{dy} = h\left(\frac{x}{y}\right)$ के रूप वाले समघातीय अवकल समीकरण को हल करने के लिए, निम्नलिखित में से कौन सा प्रतिस्थापन किया जाता है:
 (a) $y = vx$ (b) $v = yx$ (c) $x = vy$ (d) $x = v$
- (iv) अवकल समीकरण $(1-y^2) \frac{dx}{dy} + yx = ay$ ($-1 < y < 1$) का समाकलन गुणक है:

प्र.2. एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिए—

- (i) $x \frac{dy}{dx} - y = 2x^2$ का समाकलन गुणक लिखिए ।
- (ii) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \sec^2 x$ का व्यापक हल लिखिए ।
- (iii) रैखिक अवकल समीकरण का मानक रूप लिखिए ।
- (iv) अवकल समीकरण $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \frac{dy}{dx} - \sin^2 y$ कोटि एवं घात लिखिए ।

प्र.3. निम्नलिखित में से सत्य/असत्य लिखिए ।

- (i) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = e^{x+y}$ का व्यापक हल $e^x + e^{-y} = c$ है ।
- (ii) $y^2 dx + (x^2 - xy - y^2) dy$ एक समघातीय अवकलन समीकरण नहीं है ।
- (iii) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \sin^{-1} x$ का हल $y = x \sin^{-1} x + \sqrt{1-x^2} + c$ है ।
- (iv) $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2$ एक रैखिक अवकलन समीकरण नहीं है ।

प्र.4. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए ।

- (i) अवकल समीकरण $y \log y dx - x dy = 0$ का हल..... है ।
- (ii) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = y \tan x$; $y = 2$ यदि $x = 0$ का विशिष्ट हल..... है ।

प्र.-5 अवकल समीकरण $xy \frac{dy}{dx} = (x+2)(y+2)$ के लिए बिन्दु (1,-1) से गुजरने वाला वक्र ज्ञात कीजिए ।

प्र.-6 किसी बैंक में मूलधन की वृद्धि 5 प्रतिशत वार्षिक दर से होती है । इस बैंक में 1000 जमा कराए जाते हैं, ज्ञात कीजिए कि 10 वर्ष बाद यह राशि कितनी हो जाएगी?

प्र.-7 अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + y = 1$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए ।

प्र.-8 निम्नलिखित अवकल समीकरणों के व्यापक हल ज्ञात कीजिए ।

- (i) $(x^2 + xy) dy = (x^2 + y^2) dx$
- (ii) $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{x}$
- (iii) $\left(1 + e^{\frac{x}{y}}\right) dx + e^{\frac{x}{y}} \left(1 - \frac{x}{y}\right) dy = 0$
- (iv) $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2$
- (v) $y dx - (x + 2y^2) dy = 0$
- (vi) $(x + y) \frac{dy}{dx} = 1$

- (vii) $(1+x^2)\frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{1}{1+x^2}$
 (viii) $x\frac{dy}{dx} + 2y = x^2 \log x$
 (ix) $(1+x^2)dy + 2xy dx = \cot x dx$ ($x \neq 0$)

प्र.-9 निम्नलिखित अवकल समीकरणों के विशिष्ट हल कीजिए।

- (i) $\frac{dy}{dx} - 3y \cot x = \sin 2x; y = 2$ यदि $x = \frac{\pi}{2}$
 (ii) $\frac{dy}{dx} + 2y \tan x = \sin x; y = 2$ यदि $x = \frac{\pi}{3}$
 (iii) $2xy + y^2 - 2x^2 \frac{dy}{dx} = 0$; $y = 2$ यदि $x = 1$
 (iv) $\frac{dy}{dx} - 2\frac{y}{x} + \operatorname{cosec}\left(\frac{y}{x}\right) = 0$; $y = 0$ यदि $x = 1$

अध्याय-10
सदिश बीजगणित

वार्षिक परीक्षा में अधिभार

अंकवार प्रश्नों की संख्या				कुल अधिभार
1 अंक	2 अंक	3 अंक	4 अंक	
3	1	—	—	$1+1+1+2=5$

प्र.1.

- (i) किसी त्रिभुज ABC के लिए निम्न में से कौन सा कथन सत्य नहीं है
 (a) $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 0$ (b) $\overline{AB} + \overline{BC} - \overline{AC} = 0$
 (c) $\overline{AB} + \overline{BC} - \overline{CA} = 0$ (d) $\overline{AB} - \overline{CB} + \overline{CA} = 0$
- (ii) यदि \vec{a} और \vec{b} दो संरेख सदिश हैं तो निम्नलिखित में से कौन सा कथन सत्य है
 (a) $\vec{b} = \pi \vec{a}$ किसी अदिश π के लिए
 (b) $\vec{a} = \pm \vec{b}$
 (c) \vec{a} और \vec{b} के क्रमागत घटक समानुपाती नहीं हैं
 (d) दोनों सदिशों \vec{a} तथा \vec{b} की दिशा समान है परन्तु परिमाण विभिन्न है।
- (iii) यदि शून्येत्तर सदिश \vec{a} का परिमाण की 'a' है और π एक 'शून्येतर' अदिश है $\pi \vec{a}$ एक मानक सांदेश है यदि :
 (a) $\pi = 1$ (b) $\pi = -1$ (c) $a = 1\pi$ (d) $a = \frac{1}{1\pi}$
- (iv) यदि सदिशों \vec{a} और \vec{b} इस प्रकार हैं कि $a = 3$ और $|b| = \frac{\sqrt{2}}{3}$, तब $|\vec{a} \times \vec{b}|$ एक मात्रक सदिश है यदि \vec{a} और \vec{b} के बीच का कोण है :
 (a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{2}$
- (v) यदि आयत के शीर्ष A, B, C, और D जिनके स्थित सदिश क्रमशः
 $-\hat{i} + \frac{1}{2}\hat{j} + 4\hat{k}$, $\hat{i} + \frac{1}{2}\hat{j} + 4\hat{k}$, $\hat{i} - \frac{1}{2}\hat{j} + 4\hat{k}$ और $-\hat{i} - \frac{1}{2}\hat{j} + 4\hat{k}$ हैं का क्षेत्रफल है:
 (a) $\frac{1}{2}$ वर्ग इकाई (b) 1 वर्ग इकाई (c) 3 वर्ग इकाई (d) 4 वर्ग इकाई

(vii) यदि दो सदिशों \vec{a} और \vec{b} के बीच कोण θ है तो $\vec{a} \cdot \vec{b} \geq 0$ होगा यदि

- a) $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$
 b) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$
 c) $0 < \theta < \pi$
 d) $0 \leq \theta \leq \pi$

(vii) यदि दो सदिशों \vec{a} और \vec{b} दो मानक सदिश हैं और उनके बीच का कोण θ है तो $\vec{a} + \vec{b}$ एक मानक सदिश है यदि :

- (a) $\theta = \frac{\pi}{4}$
 (b) $\theta = \frac{\pi}{3}$
 (c) $\theta = \frac{\pi}{4}$
 (d) $\theta = \frac{2\pi}{3}$

(viii) $\hat{i} \times (\hat{j} \times \hat{k}) + \hat{j} \cdot (\hat{i} \times \hat{k}) + \hat{k} \cdot (\hat{i} \times \hat{j})$ का मान है:

- a) 0 b) -1 c) .1 d) . 3

(vii) यदि दो सदिशों \vec{a} और \vec{b} के बीच का कोण θ है तो $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a} \times \vec{b}|$ जब θ बराबर है :

- a) 0 b) $\frac{\pi}{4}$ c) $\frac{\pi}{2}$ d) π

प्र.क्रमांक-2 निम्नलिखित में से सत्य/असत्य लिखिए।

- i) त्रिभुज की तीनों भुजाओं को क्रम में लेने पर उनका सदिश योग 1 होता है।
 ii) दिए हुए सदिश \vec{a} के लिए $\vec{a} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$ की दिशा में मात्रक सदिश होता है।
 iii) एक सदिश के सदिश घटक इसके दिक अनुपात कहलाते हैं।
 iv) यदि किसी समान्तर चतुर्भुज की संलग्न भुजाएँ \vec{a} और \vec{b} हैं तो उसका क्षेत्रफल $|\vec{a} \times \vec{b}|$ द्वारा प्राप्त होता है।

प्र.3. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

- i) यदि दो 'शून्येतर सदिशों \vec{a} व \vec{b} के बीच कोण $\theta = \frac{\pi}{2}$ तो $\vec{a} \times \vec{b}$
 ii) $\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} =$
 iii) यदि बिन्दु A, B और C संरेख है तो $|\vec{AC}| =$+ $|\vec{BC}|$
 iv) दो सदिशों \vec{a} और \vec{b} के लिए सदैव $|\vec{a} \cdot \vec{b}|$ ----- $|\vec{a}| |\vec{b}|$

प्र.4. एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिए।

- i) दो सदिशों \vec{a} और \vec{b} के लिए त्रिभुज असमिका लिखिए।
 ii) सदिश $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ के अनुदिश एक मात्रक सदिश लिखिए।
 iii) सदिश $\vec{b} = 2\hat{i} - 7\hat{j} + 4\hat{k}$ का परिमाण ज्ञात कीजिए।
 iv) क्या दो सदिशों के योग के लिए क्रम-विनिमयता का पालन होता है ?

प्र.-5 x, y और z के मान ज्ञात कीजिए ताकि सदिश $\vec{a} = x\hat{i} + 2\hat{j} + z\hat{k}$ और $\vec{b} = 2\hat{i} + y\hat{j} + \hat{k}$

प्र.-6 सदिश $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = -2\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$ और $\vec{c} = \hat{i} - 6\hat{j} - 7\hat{k}$ का योगफल ज्ञात कीजिए।

प्र.-7 दर्शाइए कि सदिश $2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$, और $-4\hat{i} + 6\hat{j} - 8\hat{k}$ संरेख हैं।

प्र.-8 सदिशों $\hat{i} \pm 2\hat{j} + 3\hat{k}$, और $3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

प्र.-9 दो सदिशों \vec{a} तथा \vec{b} के परिमाण क्रमशः $\sqrt{3}$ एवं 2 हैं और $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{6}$ है तो \vec{a} तथा \vec{b} के बीच कोण ज्ञात कीजिए।

प्र.-10 दर्शाइए कि सदिश $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ और $3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$ एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष की रचना करते हैं।

प्र.-11 यदि $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ और $\vec{b} = 3\hat{i} + 5\hat{j} - 2\hat{k}$, तो $|\vec{a} \times \vec{b}|$ ज्ञात कीजिए।

प्र.-12 उस समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी संलग्न भुजाएं $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ और $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, द्वारा दी गई हैं।

प्र.-13 x का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए $x(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ एक मात्रक सदिश है।

प्र.-14 एक त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष बिन्दु $A(1,1,1)B(1,2,3)$ और $C(2,3,1)$ है।

अध्याय-11
त्रि-विमीय ज्यामिति

वार्षिक परीक्षा में अधिभार

अंकवार प्रश्नों की संख्या				कुल अधिभार
1 अंक	2 अंक	3 अंक	4 अंक	
3	2	—	—	$1+1+1+2+2=7$

प्र.क्रमांक-1

(i) समतल $2x - y + 4z = 5$ और $5x - 2.5y + 10z = 6$ है:

- a) परस्पर लम्ब b) समांतर c) y - अक्ष में प्रतिच्छेदन करते हैं d) बिंदु $(0,0,\frac{5}{4})$ से गुजरते हैं।

(ii) दो समतलो $2x + 3y + 4z = 0$ और $4x + 6y + 8z = 12$ के बीच की दूरी है:

- a) ईकाई b) ईकाई c) 8 ईकाई d) $\frac{2}{\sqrt{29}}$ ईकाई

(iii) $yz -$ समतल का समीकरण का समीकरण होता है:

- a) $y = 0$ b) $z = 0$ c) $x = 0$ d) $yz = 0$

(iv) $X -$ अक्ष के समान्तर समतल का समीकरण के रूप का होता है:

- (a) $ax + by + d = 0$
(b) $by + cz + d = 0$
(c) $ax + cz + d = 0$
(d) उपर्युक्त में कोई नहीं

(v) $X -$ अक्ष के लम्बवत समतल का समीकरण होता है:

- (a) $x =$ अचर (b) $y =$ अचर (c) $z =$ अचर (d) उपर्युक्त में कोई नहीं

(vi) यदि रेखा के अक्षों पर प्रक्षेप 2, -1, 2 हो तो रेखा की लम्बाई है:

- (a) 4 (b) 2 (c) $\frac{1}{2}$ (d) 3

(vii) मूल बिन्दु से होकर जाने वाले समतल का सदिश समीकरण निम्न रूप का होता है :

- (a) $\vec{r} = r + \vec{m}$ (b) $\vec{r} = r\vec{m}$

- (c) $\vec{r} + \vec{a} = \vec{m}$ (d) $\vec{r} \cdot \vec{n} = \vec{d}$

(viii) यदि रेखा $\vec{r} = \vec{a} + r\vec{b}$ तथा $\vec{r} \cdot \vec{n} = d$ के बीच न्यून कोण θ है तो $\sin \theta =$:

- (a) $\vec{n} \cdot \vec{b}$ (b) $\vec{n} \times \vec{b}$

- (c) $\left| \frac{\vec{n} \cdot \vec{b}}{|\vec{n}| |\vec{b}|} \right|$ (d) $\left| \frac{\vec{n} \times \vec{b}}{|\vec{n}| |\vec{b}|} \right|$

(ix) एक बिन्दु जिस का स्थिति सदिश \vec{a} है से तल $\vec{r} \cdot \vec{n} = d$ से दूरी सदिश रूप में होगी :

(a) $|d - \vec{a} \cdot \vec{n}|$ (b) $|\vec{r} \cdot \vec{n} - d|$
(c) $|d \cdot \vec{n} - \vec{r}|$ (d) $|\vec{a} - \vec{r} \cdot d|$

(x) धन के किन्हीं दो विकर्णों के बीच कोण की कोज्या का मान होता है:

(a) $\frac{4}{3}$ (b) $\frac{-1}{3}$ (c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{2}{3}$

प्र.कमांक-2 सत्य/असत्य लिखिए।

(i) वे राशियां जो किसी रेखा की दिशा कोज्याओं के समानुपाती होती हैं दिक् अनुपात कहलाती हैं

(ii) दो समान्तर रेखाओं की दिशा कोज्याएं समान होती हैं यदि उनकी अभिदिशा समान हो।

(iii) यदि $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ किसी रेखा की दिक् कोज्याएं हो तो $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = \frac{4}{3}$

(iv) एक रेखा अक्षों के साथ बराबर कोण बनाती है तो इसकी दिक् कोज्याएं भी समान होगी।

प्र.3. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

i) समतल का सदिश समीकरण.....है।

ii) रेखा का सदिश समीकरण.....है।

iii) दो समान्तर रेखाओं के दिक् अनुपात.....होते हैं।

iv) दो समान्तर रेखाओं की दिक् कोज्याएंहोती हैं।

प्र.4. एक 'शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिए।

i) दो बिन्दुओं (0,0,0) एवं (a,b,c) को मिलने वाली रेखा के दिक् अनुपात लिखिए

ii) दो सदिश \vec{a} \vec{b} के बीच कोज्या का सूत्र लिखिए।

iii) दो समतलों $2x + y - 2z = 5$ और $3x - 6y - 2z = 7$ के बीच का कोण क्या होगा?

iv) समतल $2x + y - z = 5$ द्वारा अक्षों पर काटे गए अंतः खण्ड लिखिए।

प्र.-5 दर्शाइए कि बिन्दु (2,3,4),(-1,-2,1),(5,8,7) संरेख हैं।

प्र.-6 बिन्दु (5,2,-4) से होकर जाने वाली तथा सदिश $3\hat{i} + 2\hat{j} - 8\hat{k}$ के समान्तर रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए।

प्र.-7 बिन्दुओं (-1,0,2) और (3,4,6) से होकर जाने वाली रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए।

प्र.-8 निम्नलिखित रेखा युग्म के बीच कोण ज्ञात कीजिए।

i) $\vec{r} = 2\hat{i} - 5\hat{j} + \hat{k} + \lambda(3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k})$ और $\vec{r} = 7\hat{i} - 6\hat{k} + \mu(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$

ii) $\frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$ और $\frac{x-5}{4} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{18}$

प्र.-9 दो रेखाओं के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात करने हेतु सूत्र सदिश रूप में लिखिए।

प्र.-10 उस समतल का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए जो मूल बिन्दु से 7 मात्रक दूरी पर और सदिश $3\hat{i} + 5\hat{j} - 6\hat{k}$ पर लम्ब है।

प्र.-11 उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो x, y और z अक्षों पर क्रमशः 2,3, और 4 अंतः खण्ड काटता है।

प्र.-12 दो समतलों $3x - 6y + 2z = 7$ और $2x + 2y - 2z = 5$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

प्र.-13 रेखा $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{6}$ और समतल $10x + 2y - 11z = 3$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

प्र.-14 मूल बिन्दु से समतल $2x - 3y + 4z - 6 = 0$ पर डाले गए लम्ब के पाद के निर्देशांक ज्ञात कीजिए

प्र.-15 समतल $2x - 3y + 4z - 6 = 0$ की मूल बिन्दु से दूरी ज्ञात कीजिए।

अध्याय-12
रैखिक प्रोग्रामन

वार्षिक परीक्षा में अधिभार

अंकवार प्रश्नों की संख्या				कुल अधिभार
1 अंक	2 अंक	3 अंक	4 अंक	
2	–	–	–	1+1 + 3 = 5

प्र.क्रमांक-1

- असमीकरण निकाय $2x + y \leq 10$, $x + 3y \leq 15$, $x, y \geq 0$ से निर्धारित सुसंगत क्षेत्र के कोनीय बिन्दु (0,0) (5,0) (3,4) और (0,5) है तो $z = px + qy$ जहां $p, q > 0$, p, q के लिए निम्नलिखित में कौन सा प्रतिबंध उचित है ताकि z का अधिकतम (3,4) और (0,5) दोनों पर घटित होता है।
a). $p = q$ b) $p = 2q$ c) $p = 3q$ d) $q = 3p$
- उद्देश्य फलन $z = 3x + 9y$ का न्यूनतम मान निम्न में से किस कोनीय बिन्दु पर है
a). (0,10) b) (5,5) c) (15,15) d). (0,20)
- उद्देश्य फलन $z = 4x + y$ का अधिकतम मान निम्न में से किस कोनीय बिन्दु पर है
a) (0,0) b) (30,0) c). (20,30) d) (0,50)

प्र.क्रमांक-2 रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

- रैखिक फलन $z = ax + by$ जबकि a, b अचर है जिसका अधिकतमीकरण या न्यूनतमीकरण होना है एक..... कहलाता है।
- सुसंगत क्षेत्र में कोई बिन्दु जो उद्देश्य फलन का इष्टतम मान देता है.....कहलाता है।
- सुसंगत क्षेत्र प्रदत्त समस्या के लिए एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के ऋणोत्तर व्यवरोध $x, y \geq 0$ सहित सभी व्यवरोधों एक नियत उभनिष्ठ क्षेत्र..... कहलाता है।

प्र.क्रमांक-3 सत्य/असत्य लिखिए।

- सुसंगत क्षेत्र के अंतःभाग के तथा सीमांत बिन्दु व्यवरोधों के सुसंगत हल को प्रदर्शित करते हैं।
- सुसंगत क्षेत्र के बाह्य भाग के किसी भी बिन्दु को असंगत हल करते हैं।

प्र.-4 निम्नलिखित व्यवरोधों के अंतर्गत, $Z = 3x + 2y$ का न्यूनतमीकरण कीजिए।

$$\begin{aligned} x + y &\geq 8 \\ 3x + 5y &\leq 15 \\ x &\geq 0, y \geq 0, \end{aligned}$$

प्र.-5 निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत, $Z = 3x + 4y$ का अधिकतमीकरण कीजिए।

$$x + y \leq 4, \quad x \geq 0, y \geq 0,$$

प्र.-6 निम्न अवरोधों के अंतर्गत, $Z = 5x + 10y$ का न्यूनतमीकरण एवं अधिकतमीकरण कीजिए।

$$x + 2y \leq 120, \quad x + y \geq 60, \quad x - 2y \geq 0, \quad x, y \geq 0,$$

प्र.-7 आलेखीय विधि द्वारा उद्देश्य फलन $Z = -50x + 20y$ का न्यूनतमान निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत ज्ञात कीजिए।

$$\begin{aligned} 2x - y &\geq -5, & 3x + y &\geq 3, \\ 2x - 3y &\leq 12, & x &\geq 0, y \geq 0, \end{aligned}$$

प्र.-8 आलेखीय विधि द्वारा उद्देश्य फलन $Z = -x + 2y$ का अधिकतमीकरण कीजिए।

$$x \geq 3, \quad x + y \geq 5, \quad x + 2y \geq 6, \quad y \geq 0,$$

अध्याय-13
प्रायिकता

वार्षिक परीक्षा में अधिभार

अंकवार प्रश्नों की संख्या				कुल अधिभार
1 अंक	2 अंक	3 अंक	4 अंक	
3	1	-	-	1+1 + 1 + 2 = 5

प्र.क्रमांक-1

(i) यदि A और B दो घटनाएं इस प्रकार हैं कि $P(A/B) = P(B/A) \neq 0$ तब :

- a) $A \subset B$ b) $A = B$ c) $A \cap B = \emptyset$ d) $P(A) = P(B)$

(ii) यदि $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = 0$ तब $P(A/B)$ है :

- a) 0 b) $\frac{1}{2}$ c) परिभाषित नहीं d) 1

(iii) एक पांसे का जोड़ा उछाला जाता है तो प्रत्येक पांसे पर सम अभाज्य संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता निम्न में से क्या है ?

- a) 0 b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{12}$ d) $\frac{1}{36}$

(iv) दो घटनाओं A और B को परस्पर स्वतंत्र कहते हैं यदि:

- a) A और B परस्पर अपवर्जी हैं
b) $P(A'B') = [1 - P(A)][1 - P(B)]$
c) $P(A) = P(B)$
d) $P(A) + P(B) = 1$

(v) दो घटनाओं A और B को परस्पर स्वतंत्र कहते हैं यदि:

- a) $A \subset B$ b) $B \subset A$ c) $B = \emptyset$ d) $A = \emptyset$

(vi) दो $P(A/B) > P(A)$ तब निम्न में से कौन सही है :

- a) $P(B/A) < P(B)$
b) $P(A \cap B) < P(A) \cdot P(B)$
c) $P(B/A) > P(B)$
d) $P(B/A) = P(B)$

(vii) यदि A और B ऐसी दो घटनाएँ हैं कि $P(A) + P(B) - P(A \text{ और } B) = P(A)$ तब

- a) $P(B/A) = 1$
b) $P(A/B) = 1$
c) $P(B/A) = 0$
d) $P(A/B) = 0$

प्र.क्रमांक-2 रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए

- यदि A और B परस्पर अपवर्जी घटनाएँ हैं तो $P(A \cap B) = \dots\dots\dots$
- यदि A और B परस्पर अपवर्जी घटनाएँ हैं तो $P(A \cup B) = \dots\dots\dots$
- यदि किसी एक घटना के घटित होने की सूचना दूसरी घटना के घटित होने पर कोई प्रभाव नहीं डालती है तो ऐसी घटनाएँ कहलाती हैं।
- एक पांसे को उछालने पर विषम अंक आने की प्रायिकता.....होगी।

प्र.क्रमांक-3 एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिए।

1. यदि E और F किसी यादृच्छिक परीक्षण की दो स्वतंत्र घटनाएं हैं तो $P(E \cap F)$ बराबर ?
2. यदि E और F एक प्रतिदर्श समष्टि की दो घटनाएं हैं तथा $P(E/F)$ तथा $P(F/E)$ दो सप्रतिबंध प्रायिकाताएँ हैं तो $P(E \cap F) = P(E) \cdot P(F/E) = P(F) \cdot P(E/F)$, इस नियम को क्या कहते हैं ?
3. दो घटनाएं E और F को क्या कहेंगे यदि $P(E \cap F) \neq P(E) \cdot P(F)$
4. $P(A/B)$ का मान क्या होगा यदि $P(B)=0.5$ और $P(A \cap B) = 0.3$

प्र.क्रमांक-4 सत्य/असत्य लिखिए।

1. दो घटनाओं E और F को परस्पर स्वतंत्र घटनाएं कहते हैं यदि $P(E \cap F) = P(E) \cdot P(F)$
2. यदि A और B परस्पर अपवर्जी घटनाएं हो तो $P(A \cup B) = P(A) \cdot P(B)$
3. यदि A और B परस्पर अपवर्जी घटनाएं हो तो $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

प्र.5- यदि $P(A) = 0.8, P(B) = 0.5$, और $P(B/A) = 0.4$ तो निम्न ज्ञात कीजिए।

1. $P(A \cap B)$
2. $P(A/B)$
3. $P(A \cup B)$

प्र.6- $P(A \cup B)$ तो निम्न ज्ञात कीजिए यदि $2P(A) = P(B) = \frac{5}{13}$ और $P(A/B) = \frac{2}{5}$

प्र.7- एक पाँसे को दो बार उछाला गया है और प्रकट हुई संख्याओं का योग 6 पाया गया। संख्या 4 के न्यूनतम एक बार प्रकट होने

की सप्रतिबंध प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

प्र.8- एक पाँसे को दो बार उछाला गया घटना पाँसे पर प्राप्त संख्या 3 का अपवर्त्य है को E से तथा पाँसे पर प्राप्त संख्या सम है

को F से निरूपति किया जाए तो क्या E और F घटनाएं स्वतंत्र है।

प्र.9- दर्शाइए, यदि A और B स्वतंत्र घटनाएं हैं तो A या B में से न्यूनतम एक के होने की प्रायिकता $= 1 - P(A') \cdot P(B')$

प्र.10- एक पाँसे को तीन बार उछाला जाता है तो कम से कम एक बार विषम संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

प्र.11- यदि A और B स्वतंत्र घटनाएं दी गई है जहां $P(A) = 0.3, P(B) = 0.6$ तो निम्न को ज्ञात कीजिए।

- a) $P(A \text{ और } B)$
- b) $P(A \text{ और } B \text{ नहीं})$
- c) $P(A \text{ या } B)$
- d) $P(A \text{ और } B \text{ में कोई भी नहीं})$

प्र.12- एक विशेष समस्या को A और B स्वतंत्र रूप से हल करने की प्रायिकताएं क्रमशः $1/2$ और $1/3$ है। यदि दोनो स्वतंत्र रूप से हल करने का प्रयास करते हैं तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि समस्या हल हो जाती है।

प्र.13- 52 पत्तों की एक गड्डी में से यादृच्छया बिना प्रतिस्थापन किए दो पत्ते निकाले गए दोनो पत्तों के काले रंग का होने की

प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

प्र.14- 52 पत्तों की अच्छी तरह फोटों गई गड्डी में से एक के बाद एक तीन पत्तें बिना प्रतिस्थापित किए निकाले गए पहले दो पत्ते बादशाह और तीसरे का इक्का होने की क्या प्रायिकता है ?

उत्तरमाला

उत्तर— (अध्याय 1)

प्र.1. (i) b (ii) a (iii) b (iv) b (v) d (vi) d (vii) c (viii) c (ix) d (x) b (xi) b (xii) a (xiii) c

(xiv) c (xv) b (xvi) a (xvii) c (xviii) b (xix) c (xx) b (xxi) b (xxii) a (xxiii) b (xxiv) c

प्र.2. (i) तुल्यता संबंध (ii) आच्छादक (iii) f (iv) व्युत्क्रमणीय (v) एकैकी

प्र.3. (i) सत्य (ii) सत्य (iii) असत्य (iv) सत्य (v) असत्य

उत्तर:— (अध्याय 2)

प्र.1. (i) b (ii) a (iii) b (iv) b (v) d (vi) a (vii) d (viii) c (ix) c

प्र.2. (i) $[-1, 1]$ (ii) $\left(\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

प्र.3. (i) सत्य (ii) सत्य

प्र.4. (i) R (ii) $\left(\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) - \{0\}$ (iii) o (iv) o

उत्तर:— (अध्याय 3)

प्र.1.— (i) d (ii) c (iii) d (iv) c (v) a (vi) c (vii) a (viii) b

प्र.2. (i) सत्य (ii) असत्य (iii) सत्य (iv) असत्य (vi) सत्य

प्र.3. (i) $\frac{\pi}{3}$ (ii) 3 (iii) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (iv) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ या $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

उत्तर:—(अध्याय 4)

प्र.1. (i) b (ii) c (iii) c (iv) d (v) b (vi) b (vii) b (viii) d

प्र.2. (i) $\frac{1}{2}$ (ii) 2 (iii) 9 (iv) $0, \frac{3}{2}$

प्र.3. (i) 6 (ii) संरेख (iii) व्युत्क्रमणीय (iv) $|A| = 0$

प्र.4. (i) सत्य (ii) सत्य (iii) असत्य (iv) सत्य

उत्तर:— (अध्याय 5)

प्र.1. (i) a (ii) c (iii) b (iv) b (v) a

प्र.2. (i) $2x \sec^2(x^2 + 5)$ (ii) $\frac{\cos(x+y)-2x}{2y-\cos(x+y)}$ (iii) $-\left(\frac{y}{x}\right)^{1/3}$ (iv) $\frac{-5 \sec\left(\frac{5}{x}\right) \tan\left(\frac{5}{x}\right)}{x^2}$ (v) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

प्र.3. (i) सत्य (ii) असत्य (iii) सत्य (iv) असत्य (v) असत्य

प्र.4. (i) $\frac{2}{1+x^2}$ (ii) $x \log x - x$ (iii) 2 (iv) $4a$ (v) $-3x^{7/2}$

उत्तर:— (अध्याय-6)

प्रश्न क्रमांक-1

(i) b (ii) d (iii) d (iv) a (v) a

प्रश्न क्रमांक-2

(i) 1 (ii) 1 (iii) $1/3$ (iv) $x-y=0$

प्रश्न क्रमांक-3

(i) $\frac{6}{7}$ (ii) $1m/h$ (iii) $(4, \pm \frac{8}{3})$ (iv) 20

प्रश्न क्रमांक-4

(i) सत्य (ii) असत्य

उत्तर (अध्याय-7)

प्र.क(1) i) a ii) a iii) a iv) b v) d vi) c

प्र.क(2) i) $x \sin x$ ii) 4 iii) π iv) 0 v) $\tan(e^x) + C$

प्र.क(3) i) $\frac{a+b}{2} \int_a^b f(x) dx$
 ii) $\tan(x+1) + C$
 iii) $\frac{1}{2} \sin^{-1}\left(\frac{8x-9}{9}\right) + C$

प्र.क(4) 4(A) 4(B) 4(C) 4(D) 4(E)

(i) – (b)	(i) – (d)	(i) – (b)	(i) – (b)	(i) – (d)
(ii)– (a)	(ii) – (c)	(ii)– (a)	(ii)– (e)	(ii)– (f)
(iii)– (d)	(iii) – (a)	(iii)– (e)	(iii)– (f)	(iii)– (b)
(iv)– (c)	(iv)– (b)	(iv)– (c)	(iv)– (c)	(iv)– (e)
(v)– (f)	(v)– (f)	(v)– (d)	(v)– (a)	(v)– (a)
(vi) – (e)	(vi) – (e)	(vi) – (f)	(vi) – (d)	(vi) – (c)

उत्तर (अध्याय-8)

प्र.1– i) a ii) b iii) d iv) c

प्र.2– i) सत्य ii) असत्य

प्र.3– (i) $\frac{14}{3}$ वर्ग इकाई (ii) $\frac{32-8\sqrt{2}}{3}$ वर्ग इकाई

उत्तर (अध्याय-9)

प्र.1. i) a (ii) b (iii) c (iv) d

प्र.क्रमांक-2 (i) $\frac{1}{x}$ (ii) $y = \tan x + c$ (iii) $\frac{dy}{dx} + Py = Q$ OR $\frac{dx}{dy} + Px = Q$ (iv)

1,2

प्र.क्रमांक-3 i) सत्य (ii). असत्य (iii). सत्य (iv) सत्य

प्र.क्रमांक-4 (i) $y = e^{cx}$ (ii) $\sec x$

उत्तर :- (अध्याय 10)

प्र.क्रमांक-1 i) c ii) a iii) d iv) b v) c vi) b vii) d viii) c ix) b

प्र.क्रमांक-2 i) असत्य ii). सत्य iii). असत्य iv.) सत्य

प्र.क्रमांक-3 i) $|\vec{a}||\vec{b}|$ ii) 0 iii) $|\vec{a}\vec{b}|$ iv) \leq

प्र.क्रमांक-4 i) $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$ ii) $\frac{i+j+2k}{\sqrt{6}}$ iii) $\sqrt{62}$ iv). हाँ

उत्तर- (अध्याय 11)

प्र01– i) b (ii) d (iii) c (iv) b (v)a (vi) d (vii) d (viii) c (ix) a (x) b

प्र02– (i) सत्य (ii) सत्य (iii) असत्य (iv) सत्य

प्र03- (i) $\vec{r} \cdot \vec{n} = d$ (ii) $\vec{r} = \vec{a} + \lambda \vec{a}$ (iii) . अनुपातिक (iv) समान

प्र04- (i) a, b, c (ii) $\cos\theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$ (iii) $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{4}{21}\right)$ (iv) $\frac{5}{2}, 5, -5$

उत्तर- (अध्याय 12)

प्र.क.01- (i) d (ii) b (iii) b

प्र.क.02- (i) रैखिक उद्देश्य फलन (ii) इष्टतम हल (iii) सुसंगत क्षेत्र

प्र.क.03- (i) सत्य (ii) सत्य

उत्तर- (अध्याय-13)

प्र.कं.-1

(i) d

(ii) c

(iii) d

(iv) b

(v) a

(vi) c

(vii) b

प्र.कं.-2

(i) 0

(ii) $P(A)+P(B)$

(iii) स्वतंत्र घटनाएं

(iv) $1/2$

प्र.कं.-3

(i) $P(E) \cdot P(F)$

(ii) प्रायिकता का गुणन नियम

(iii) पराश्रित

(iv) 0.64

प्र.कं.-4

(i) सत्य

(ii) असत्य

(iii) सत्य